回路動作の周期性

状態空間法によってパワーエレクトロニクス回路の電圧，電流瞬時値を数値計算によって求めることができ，過渡波形および定常波形が得られる。定常波形は，適当な初期値を与えて，過渡波形を繰り返し計算した結果から得られる。しかしながら，パワーエレクトロニクス回路では，周期的に同じ動作を繰り返し，定常動作波形は周期波形となるので，定常波形の初期値を求めることができれば，過渡状態を考えずに１周期の計算で定常波形を得ることができる。

降圧チョッパにおいて, 一定のスイッチング周波数 f_s=1/T_s および一定通流率 D で動作する場合を考える。なお,

スイッチング周期 $T_s = t_2$

通流率 D は，スイッチング周期に対するスイッチオン期間の割合

$$D = \frac{t_1}{T_s}$$

である。

いま，状態変数の初期値を $e(0)$および $i(0)$とすると，モード１の最終値すなわち時刻 t_1 でのそれぞれの瞬時値は，遷移行列を用いて

$$\boldsymbol{x}(t_1) = \boldsymbol{\Phi}_1(t_1)\,\boldsymbol{x}(0)$$

と書ける。遷移行列 $\boldsymbol{\Phi}_1(t_1)$は

$$\boldsymbol{\Phi}_1(t_1) = exp(\boldsymbol{A}_1 t_1)$$

で計算できるが，瞬時値を演算する場合には，$\boldsymbol{\Phi}_1(\Delta t)$を計算する必要があるので，区間 0～$t_1$ がΔt で n 分割される時には

$$\boldsymbol{\Phi}_1(t_1) = \boldsymbol{\Phi}_1{}^n(\Delta t)$$

で求めることができる。一方，モード２の最終値すなわち時刻 t_2=T_s での状態変数の値は，時刻 t_1 での変数を初期値として，モード２の遷移行列を用いて，次のように表される。

$$\boldsymbol{x}(T_s) = \boldsymbol{\Phi}_2(T_s - t_1)\,\boldsymbol{x}(t_1)$$

$\boldsymbol{\Phi}_1(t_1)$と同様に，区間 t_2～T_s がΔt で m 分割される時には

$$\boldsymbol{\Phi}_2(T_s - t_1) = \boldsymbol{\Phi}_2{}^m(\Delta t)$$

として計算できる。

モード１とモード２の関係をまとめると，状態変数の最終値は，初期値を用いて次式で表される。

$$\boldsymbol{x}(T_s) = \boldsymbol{\Phi}(T_s)\boldsymbol{x}(0)$$

ただし,

$$\boldsymbol{\Phi}(T_s) = \boldsymbol{\Phi}_2(T_s - t_1)\,\boldsymbol{\Phi}_1(t_1)$$

である。

チョッパ動作の周期性から，電源電圧および電流の初期値を最終値は等しい，すなわち

$$e(T_s) = e(0)$$

$$i(T_s) = i(0)$$

であり，行列表現では次式のように書ける。

$$\boldsymbol{x}(T_s) = \boldsymbol{B}_c\,\boldsymbol{x}(0)$$

ただし,

$$\boldsymbol{B}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

で，この行列を接続行列とよぶ。（ここでは，直流回路のために，接続行列は単位行列となるので，必ずしも必要ではないが，インバータなどの交流回路を解析する場合に不可欠である）

したがって，チョッパ動作１周期における，初期値を未知数とした状態方程式は

$$\boldsymbol{B}_c\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{\Phi}(T_s)\boldsymbol{x}(0)$$

より

$$[\boldsymbol{\Phi}(T_s) - \boldsymbol{B}_c]\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{0}$$

となり，これを解くことによって初期値が得られる。上式は次のように書ける（チョッパ回路解析では，状態変数は２つなので，遷移行列および接続行列は２行２列である）。

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e(0) \\ i(0) \end{bmatrix} = \boldsymbol{0}$$

電源電圧は与えられ，既知であるので，電流に関する係数（２行目の要素）を用いて（１行目は電源電圧に関する係数であり，要素 H_{12} は零となるので，解けない）

$$H_{21}e(0) + H_{22}i(0) = 0$$

より

$$i(0) = -\frac{H_{21}e(0)}{H_{22}}$$

として電流初期値が得られる。

整流器やインバータなどの動作解析では，交流電源を含め多変数の状態方程式となるが，この場合でも電源が既知であるので，同様な方法で解くことができる。

（補足）

動作１周期の状態方程式から初期値を求める代わりに，最終値を未知数としても解くことができる。この場合の接続行列は

$$e(0) = e(T_s)$$
$$i(0) = i(T_s)$$

より，上記の接続行列と全く同じになる（インバータなどの場合は異なる)。これより

$$\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{B}_c\,\boldsymbol{x}(T_s)$$

から

$$\boldsymbol{x}(T_s) = \boldsymbol{\Phi}(T_s)\boldsymbol{B}_c\boldsymbol{x}(T_s)$$

よって

$$[\boldsymbol{\Phi}(T_s)\boldsymbol{B}_c - \boldsymbol{I}]\boldsymbol{x}(T_s) = \boldsymbol{0}$$

これを解くことによって，状態変数の最終値が求まる。初期値は最終値に接続行列を乗じることによって得られる。