

状態空間法

パワーエレクトロニクス回路の動作解析を行う時、回路内のスイッチング素子の導通状態によって回路状態が変化するため、各回路動作モードに対して回路方程式を導出し、これらを解く必要がある。数値計算によって解析を行う一方法として状態空間法があり、この手法の基本は、微分方程式による解法、すなわち過渡現象の解析である。常微分法は1変数の微分方程式であり、変数分離形などの解法によって一般解を求めるのに対し、状態空間法は複数の変数に対する微分方程式を行列で表現し、数値計算によって解を求める方法である。

状態変数の定義

理想的な直流電源あるいは交流電源に抵抗だけを接続した回路の場合、回路の電圧（電源や抵抗の電圧）と電流の関係は、単にオームの法則で表現でき、回路の電圧方程式は、電圧や電流の微分項を含まない線形方程式である。したがって、回路電流は簡単に求めることができる。

回路方程式は、電源電圧、求めようとする電流と電圧、抵抗、インダクタ、キャパシタの回路パラメータで表される。電源を含め、回路の電圧と電流が時間的に変化する変数すなわち瞬時値をもつ変数であり、これらを「状態変数」と呼んでいる。直流電源は一定であるが、瞬時値が同じ大きさで一定の起電力をもつ変数として考える。

1) 直流電源

直流電源は既知であり、電源に流れる電流は負荷回路によって決まるので、直流電源に対しては、極性を考慮して状態変数 E （記号は任意）を定義する。状態空間法における理想直流電源の微分方程式は

$$pE = 0$$

ただし、 $p = d/dt$

である。

2) 交流電源

交流電源は大きさ（最大値あるいは実効値）と周波数が既知であり、流れる電流は負荷回路に依存する。理想交流電源は正弦波交流であり、その瞬時値は、三角関数を用いて次式で定義する。

$$e = E_m \sin \omega t$$

ただし、 $\omega = 2\pi f$ 、 f は電源周波数、 E_m は最大値

なお、関数として余弦を用いてもよい。上式の理想交流電圧の微分方程式は

$$pe = E_m \cos \omega t$$

であるが、三角関数の余弦の変数は定義されていないため、 pe は e と別の変数である。したがって、このままでは e を変数として用いることができない。数値計算で e を正弦波交流として演算するには、 e の導関数が別の変数で表現されなければならない。そこで、

$$e_1 = E_m \cos \omega t$$

の補助変数を定義すれば、 e と e_1 の関係は次式で表される。

$$pe = \omega e_1$$

$$pe_1 = -\omega e$$

上記2つの式には、三角関数を含まないが、この関係式は二つの電圧が共に正弦波形であることを示している。数値計算によって、 e は正弦波形で、 e_1 は e より $\pi/2$ 遅れ位相の正弦波形の瞬時値が得られる。 e_1 と e は仮想二相電圧と呼んでいる。

3) 抵抗

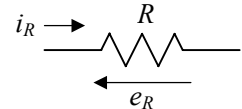
抵抗に流れる電流と逆起電力との関係は

$$e_R = R i_R$$

であり、この微分形は

$$pe_R = R pi_R$$

となる。電圧、電流共に瞬時値、すなわち変数で表すことができないため、抵抗では状態変数を定義しない。抵抗の電圧、電流は接続される電源やインダクタ、キャパシタで定義する変数で表す。



4) インダクタ

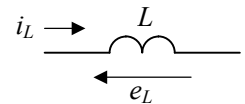
インダクタに流れる電流と逆起電力との関係

$$e_L = L \frac{di_L}{dt} = L pi_L$$

より

$$pi_L = \frac{1}{L} e_L$$

すなわち、電流の導関数は、接続された回路の電圧瞬時値で表されるので、この電圧瞬時値を用いて上記微分方程式を解くことができる。したがって、インダクタでは、インダクタ電流 i_L を状態変数として定義する。インダクタに蓄えられる瞬時エネルギーは $(1/2)Li_L^2$ であり、エネルギーの連続性から、インダクタに流れる電流 i_L は連続に変化する。一方、インダクタ電圧は不連続となる場合もあり得る。



5) キャパシタ

キャパシタに流れる電流と電圧との関係

$$e_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$$

より

$$pe_C = \frac{1}{C} i_C$$

キャパシタの電圧の導関数は、接続された回路で決まる電流瞬時値で表され、これを用いて微分方程式を解くことができる。したがって、キャパシタでは、キャパシタ電圧 e_C を状態として定義する。キャパシタに蓄えられる瞬時エネルギーは $(1/2)Ce_C^2$ であり、エネルギーの連続性から、キャパシタの電圧 e_C は連続に変化する。一方、キャパシタ電流は不連続となる場合もあり得る。

