ニュートン法

ニュートン法は関数 $f(x)$の一次近似式を用いて繰り返し計算を行うことによって，$f(x)=0$ の解（厳密解に限りなく近い解）を求める方法である。

いま，$f(x)=0$ の解（x 軸との交点）に近い初期解 x_0 を決めると，$f(x)$上の点$(x_0, f(x_0))$における一次近似式（接線方程式）は

$$f_1(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

であるので，この接線と x 軸との交点 x_1 は，$f_1(x)=0$ より

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

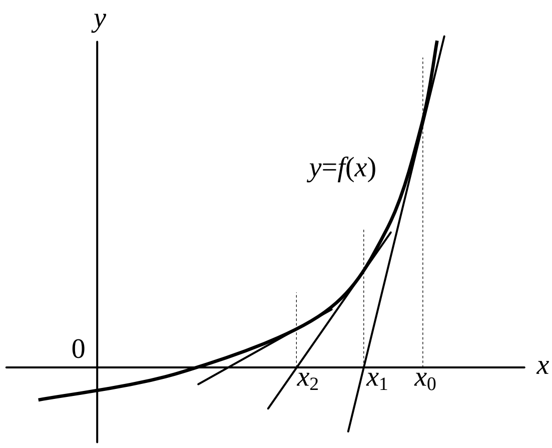
次に，x_1 について，$f(x)$上の点$(x_1, f(x_1))$における一次近似式（接線方程式）は

$$f_1(x) = f'(x_1)(x - x_1) + f(x_1)$$

より，この接線と x 軸との交点 x_2 は，$f_2(x)=0$ から

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

と求められ，この値は $f(x)=0$ の解に近づく。したがって，x_i と x_{i+1} の漸化式は次式となる。



$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

上式を繰り返し計算することで, 解 x_i は限りなく厳密解に近づき, x_i と x_{i+1} との差, すなわち$|x_{i+1} - x_i|$は零に近づくので，この絶対値が許容値ε以下となるときの x_{i+1}（または x_i）を解とする。

許容値εの値は，求める解の精度をどの程度にするかで決める。

ニュートン法では，この説明のように，関数が単調増加（または単調減少）の場合には，初期値は任意の値でも収束するが，関数が多次元や三角関数を含む場合（超越関数など）では，求めたい解に近い初期値を与えないと別の解に収束，あるいは発散（解が求まらない）するので，初期値の設定には注意が必要である。